

Étude et modélisation de la formation des dépressions piézométriques en Afrique sahélienne

Formation of piezometric depressions in the Sahelian zone : study and modelling

J. F. Aranyossy et B. Ndiaye

Volume 6, numéro 1, 1993

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/705167ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/705167ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Université du Québec - INRS-Eau, Terre et Environnement (INRS-ETE)

ISSN

0992-7158 (imprimé)

1718-8598 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Aranyossy, J. F. & Ndiaye, B. (1993). Étude et modélisation de la formation des dépressions piézométriques en Afrique sahélienne. *Revue des sciences de l'eau / Journal of Water Science*, 6(1), 81–96. <https://doi.org/10.7202/705167ar>

Résumé de l'article

Parmi les différentes théories généralement considérées pour expliquer la formation et l'entretien des dépressions piézométriques régionales : surexploitation ; drainage profond ; tectonique subsidente ; réajustement du niveau marin ; reprise évapotranspiratoire, seule la dernière semble pouvoir s'appliquer à l'ensemble des cas décrits en zone sahélienne. Les études hydrogéologiques en cours dans cette région, et notamment les résultats des isotopes de l'environnement, mettent en effet en évidence le rôle prépondérant des transferts verticaux sur les écoulements latéraux. Le schéma conceptuel présenté est basé sur les hypothèses suivantes : considérant une nappe libre alimentée par ses bordures, en milieu à faible perméabilité ; (1) il existe, en tout point de la nappe, un déficit entre l'infiltration saisonnière et la reprise évapotranspiratoire ; (2) infiltration, évapotranspiration et déficit décroissent de façon exponentielle avec la profondeur de la nappe ; (3) la piézométrie actuelle est le résultat d'une évolution commencée depuis la fin d'une période humide correspondant au remplissage maximum de la nappe (dernier pluvial Holocène pour les grandes dépressions sahéliennes). Dans un premier temps, la validité de ce schéma est testée à l'aide d'un modèle analytique simple prenant en compte les caractéristiques climatiques (évolution temporelle du déficit hydrique), les propriétés hydrodynamiques (perméabilité, coefficient d'emménagement) et le « pouvoir évaporatoire » du sol (« facteur de forme » k). Ce dernier, expression principalement de la texture du terrain, apparaît logiquement comme le paramètre le plus sensible pour le modèle. Un *modèle transitoire unidimensionnel* est ensuite présenté afin de simuler la baisse piézométrique entre deux limites à potentiel constant. La surface piézométrique obtenue semble en accord avec les données observées sur le terrain.

Etude et modélisation de la formation des dépressions piézométriques en Afrique sahélienne

Formation of piezometric depressions
in the Sahelian zone : study and modelling

J.F. ARANYOSSY¹, B. NDIAYE²

Reçu le 8 juillet 1991, accepté pour publication le 22 juillet 1992*.

SUMMARY

Introduction

The discovery of the large piezometric depressions in the Sahelian zone dates back to the 1950s, when the early hydrogeological studies took place in West Africa (DEGALLIER, 1954 ; ARCHAMBAULT, 1960). Since then, numerous examples have been described throughout the region (aquifers of Trarza in Mauritania ; Ferlo in Senegal ; Gondo, Nara, Azaouad in Mali ; Kadzell in Niger ; Yaere in North Cameroon...), raising what was, certainly, the major enigma in Sahelian hydrogeology (*fig. 1*).

So far, none of the different theories put forward to explain this phenomenon has met with general agreement : (1) *Overexploitation* cannot be involved due to the insignificant pumping in comparison to the reserves. (2) *Geological subsidence* due to neotectonic causes would never be active enough in this stable part of the African shield. (3) *Drainage to a deeper aquifer* is impossible to consider in this particularly flat area. (4) *Changes in sea water level* may explain the piezometric evolution of the coastal aquifers (DIENG, 1987) but cannot be considered for the whole Sahelian zone. (5) *Evaporation and transpiration losses* were often considered as insufficient to generate deep piezometric depressions. However, only this last hypothesis seems to fit the whole of the hydrogeologic and climatic Sahelian conditions and will therefore be considered as the governing factor in this paper.

Evidence of a vertical water deficit

The major role of evaporation and transpiration processes in the formation of the piezometric depressions is deduced from various data : (1) *the geographical distribution of the « depressed aquifers »*, which is in accordance with the

1. Projet AIEA RAF/8/012, PNUD, BP 154, Dakar, Sénégal.

2. Institut des Sciences de la Terre Univ. C.A. Diop, Dakar.

* Les commentaires seront reçus jusqu'au 14 août 1993.

regional isohyets, suggesting that climatic factors are compulsory conditions ; (2) *the piezometric measurements* (figs. 2, 3), which show a deficit between direct aquifer recharge by precipitation and evapotranspiration losses during the dry season ; (3) *the environmental isotopic results*, which demonstrate that vertical water movements prevail over lateral transfers (fig. 4). Furthermore, evaporation effects and plant uptake may still be noticeable at relatively great depth : the presence of root activities of *Acacia* was, for instance, recently proven at a depth of 35m in North Senegal (DUPUY et DREYFUS, 1989).

According to theoretical and experimental results from different approaches (isotopic interpretation of unsaturated soil profiles ; calculation of unsaturated soil suction profiles ; piezometric measurements and mathematical simulations) it can be assumed that steady-state exfiltration from an unconfined aquifer decreases exponentially with water table depth (ARANYOSSY, 1991).

Conceptual scheme

The conceptual model presented here (fig. 5) is based on the following assumptions : (1) there is, everywhere, a water deficit (D) between the seasonal infiltration and the evapotranspiration losses ; (2) Infiltration, Evapotranspiration and water Deficit follow an exponential decrease with respect to the water table depth ; (3) the present piezometric profile is the result of an evolution that started at the end of a past period corresponding to a total replenishment of the aquifer (last pluvial Holocene period for the Sahelian region). Furthermore, it is considered that the climatic evolution towards arid conditions is accompanied by a parallel increase of the water Deficit (for simplification, D is assumed to be a linear function of time).

Considering a low permeability, unconfined aquifer system, the lateral water movement coming from the imposed constant head recharge zones on the boundaries (lake, river or sea) is not important enough to counterbalance evaporation losses. The water table therefore progressively drops, decreasing the evaporation losses, up to a quasi-steady state where, finally, lateral transfers just compensate the vertical water deficit (ARANYOSSY, 1988).

Mathematical simulation

In a first step, a simple *analytical model* is introduced to check the validity of this hypothesis. Parameters included depend on climatic conditions (evolution of the water deficit D) ; on hydrodynamic characteristics (permeability, storativity) and on the soil aptitude for evaporation (k factor). It follows that : (1) the water table decreases very rapidly during the first millenium and then slows down to a quasi stationary state ; (2) the maximum calculated water table depths correspond to those observed in the field ; (3) the most sensitive parameter is the « k factor » – the value of which depends mainly on the soil texture (fig. 6).

A transient numerical model is finally presented to depict, in one dimension, the evolution of an unconfined aquifer between two constant head boundaries. Simulation on an 8 000 year time scale generates a piezometric profile (fig. 7) in conformity with the configuration observed in the field.

In conclusion

The formation of the Sahelian piezometric depressions results from the conjunction of several compulsory factors : (1) *climatic conditions* : evolution from a humid to an arid climate accompanied by a vertical water deficit ; (2) *geological conditions* : low permeability sedimentary formations ; (3) *geographical conditions* : constant recharge zones on the boundaries of the aquifer.

Key-words : Sahel, hydrogeology, piezometric depressions, environmental isotopes, mathematical models, paleohydrology, water deficit.

RÉSUMÉ

Parmi les différentes théories généralement considérées pour expliquer la formation et l'entretien des dépressions piézométriques régionales : surexploitation ; drainage profond ; tectonique subsidente ; réajustement du niveau marin ; reprise évapotranspiratoire, seule la dernière semble pouvoir s'appliquer à l'ensemble des cas décrits en zone sahélienne. Les études hydrogéologiques en cours dans cette région, et notamment les résultats des isotopes de l'environnement, mettent en effet en évidence le rôle prépondérant des transferts verticaux sur les écoulements latéraux.

Le schéma conceptuel présenté est basé sur les hypothèses suivantes : considérant une nappe libre alimentée par ses bordures, en milieu à faible perméabilité ; (1) il existe, en tout point de la nappe, un déficit entre l'infiltration saisonnière et la reprise évapotranspiratoire ; (2) infiltration, évapotranspiration et déficit décroissent de façon exponentielle avec la profondeur de la nappe ; (3) la piézométrie actuelle est le résultat d'une évolution commencée depuis la fin d'une période humide correspondant au remplissage maximum de la nappe (dernier pluvial Holocène pour les grandes dépressions sahéliennes).

Dans un premier temps, la validité de ce schéma est testée à l'aide d'un *modèle analytique* simple prenant en compte les caractéristiques climatiques (évolution temporelle du déficit hydrique), les propriétés hydrodynamiques (perméabilité, coefficient d'emmagasinement) et le « pouvoir évaporatoire » du sol (« facteur de forme » k). Ce dernier, expression principalement de la texture du terrain, apparaît logiquement comme le paramètre le plus sensible pour le modèle.

Un *modèle transitoire unidimensionnel* est ensuite présenté afin de simuler la baisse piézométrique entre deux limites à potentiel constant. La surface piézométrique obtenue semble en accord avec les données observées sur le terrain.

Mots clés : hydrogéologie, Dépressions piézométriques, Sahel, Isotopes, Modèles mathématiques, Paléohydrologie, Bilan hydrique.

1 – INTRODUCTION

La découverte des grandes dépressions piézométriques ou « nappes en creux » remontent aux années 50, lors des premières investigations hydrogéologiques en Afrique (ARCHAMBAULT, 1960). De nombreux cas ont été décrits tout au long de la frange sahélienne : ce sont par exemple (fig. 1) les nappes du Ferlo au Sénégal (DEGALIER, 1954), du fossé de Nara, du Gondo, de l'Azaouad au Mali, la nappe du Trarza en Mauritanie (DEPAGNE, 1966), du Kadzell au Niger, les nappes aux confins du lac Tchad (CHOURET *et al.*, 1975).

La signification de ce phénomène a donné lieu à diverses théories, toutes sujet à controverses (ALBERGEL, 1978 ; DIENG, 1987), et aucune d'entre elles n'a pour l'instant rencontré l'unanimité :

- La surexploitation des nappes ne peut être en aucun cas retenue dans la zone sahélienne vu l'exhaure insignifiante en regard des réserves des aquifères concernés ;

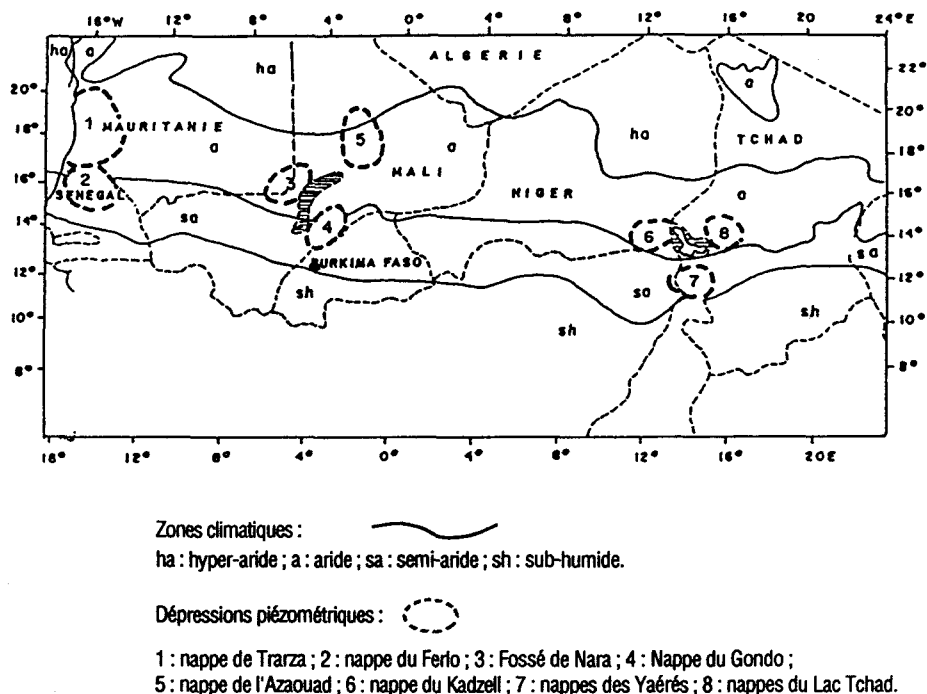


Figure 1 Localisation des principales dépressions piézométriques en zone sahélienne. La présence de ces grandes « nappes en creux », naturellement déprimées de plusieurs dizaines de mètres dans leur partie centrale, constitue sans doute la principale énigme de l'hydrogéologie en l'Afrique de l'Ouest.

Location of the principal piezometric depressions in the Sahelian zone. The presence of these naturally « depressed » unconfined aquifers have certainly constituted the major enigma of the Sahelian Hydrogeology.

– Le drainage profond, envisagé dans certains cas structuralement favorables, ne fait que déplacer le problème d'exutoire pour l'aquifère sous-jacent ;

– Les phénomènes de subsidence pourraient, dans certains cas, avoir un rôle déterminant (RISIER et PETIT-MAIRE, 1986) mais peut difficilement expliquer à lui seul des creux piézométriques de plusieurs dizaines de mètres de profondeur ;

– Les variations du niveau de la mer et le réajustement différé des conditions aux limites du système ont été considérés par B. DIENG (1987) pour la mise au point d'une simulation mathématique. Il parvient à la description d'un modèle transitoire correspondant au remplissage progressif de l'aquifère à partir de ses bordures dont le niveau de base s'élève progressivement. Les courbes piézométriques simulées par le modèle concordent de façon satisfai-

sante avec celles observées dans le Ferlo. Si cette hypothèse paraît possible pour les régions limitrophes de l'Océan (Trarza, Ferlo), elle est cependant difficilement applicable à celles qui en sont éloignées de plusieurs milliers de kilomètres. Elle ne peut donc pas rendre compte de l'aspect général d'un phénomène qui s'observe dans toute la frange sahélienne.

– La reprise de l'évaporation et de la transpiration par les plantes – déjà pressentie par J. ARCHAMBAULT (1960) comme la plus plausible – a souvent été considérée insuffisante pour expliquer des « creux piézométriques » pouvant dépasser 80 mètres de profondeur dans les parties les plus déprimées des nappes (DIENG, 1987). Cependant, de premiers essais de modélisation simple laissaient supposer cette solution comme théoriquement possible (ALBERGEL, 1978).

Les recherches en cours dans le cadre du projet régional sahélien de l'AIEA « sur le développement des techniques nucléaires en hydrologie dans les pays du Sahel » (RAF/8/012), semblent également donner un rôle prépondérant à l'évapotranspiration dans la configuration de la surface piézométrique des nappes libres en zone sahélienne. Les modèles mathématiques présentés ici reprennent les principes du schéma conceptuel élaboré à partir de cette hypothèse (ARANYOSSY *et al.*, 1989).

2 – LES ARGUMENTS EN FAVEUR DU DÉFICIT INFILTRATION/ÉVAPORATION

2.1 La disposition géographique

La concordance frappante entre la disposition géographique des grandes dépressions et celles des isohyètes dans la région sahélienne (*fig. 1*) ne constitue certes pas une preuve mais suggère que les conditions climatiques d'aridité figurent sans doute parmi les facteurs indispensables à la formation naturelle des nappes en creux. On constate en effet que toutes ces nappes se situent exclusivement dans les zones climatiques arides et semi-arides.

2.2 Les fluctuations piézométriques

Des suivis piézométriques ont été effectués au Mali de 1981 à 1988 dans le cadre du programme de gestion des ressources en eau (DNHE/PNUD, 1989). Ils concernent un réseau de 210 points répartis sur l'ensemble des régions et des aquifères du Mali. Le traitement statistique global démontre une décroissance de l'amplitude des fluctuations piézométriques saisonnières en fonction de la profondeur de la nappe (*fig. 2*).

En l'absence de drainage des nappes (la région est extrêmement plate et - outre les grands fleuves – le réseau hydrologique n'est fonctionnel que pendant la saison des pluies), ces fluctuations correspondent à l'alternance des phases de recharge durant « l'hivernage », suivi de la reprise évapotranspi-

ratoire durant la saison sèche. En outre, l'enregistrement de chroniques pluri-annuelles dans les secteurs semi-arides a mis en évidence une baisse graduelle du niveau de la nappe pendant les périodes pluviométriques déficitaires (fig. 3).

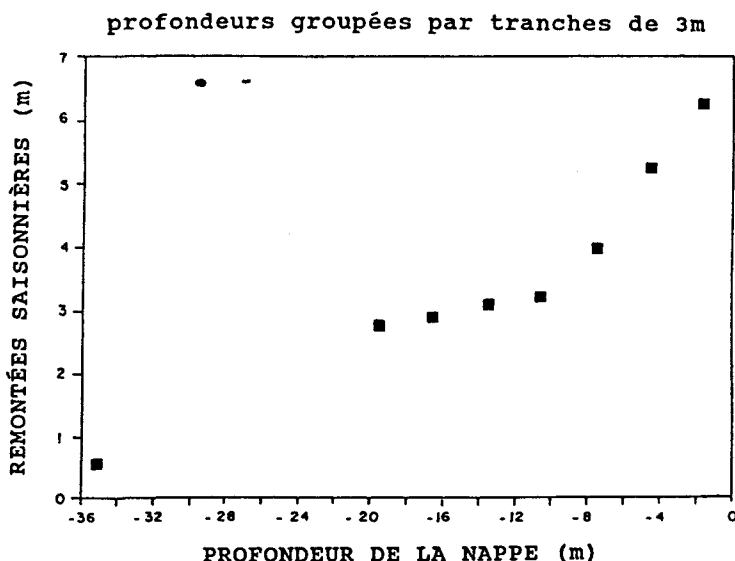


Figure 2 Amplitude des variations piézométriques saisonnières en fonction de la profondeur de la nappe. Les données se rapportent à 210 points d'observation répartis sur l'ensemble des aquifères du Mali (PNUD/DNHE, 1989). Elles représentent les valeurs moyennes des remontées piézométriques calculées par tranches de profondeur de nappe.

Relation between the seasonal piezometric variations and the water table depth. Data are compiled from 210 observation wells located in different aquifers in Mali (PNUD/DNHE, 1989). Points on the graph represent average values of piezometric variations for groups of wells classified according to the water table depth.

2.3 Les arguments isotopiques

Si l'on considère l'hypothèse d'un état transitoire de remplissage de l'aquifère, la « signature isotopique » d'une circulation centripète devrait se caractériser par la disposition ordonnée des teneurs de carbone-14 indiquant une nette décroissance des bords de la dépression vers l'intérieur. Or, les premiers résultats des études isotopiques au Mali (ARANYOSSY *et al.*, 1989) et au Sénégal (OUEDRAOGO, 1988) ne semblent pas correspondre à une telle disposition.

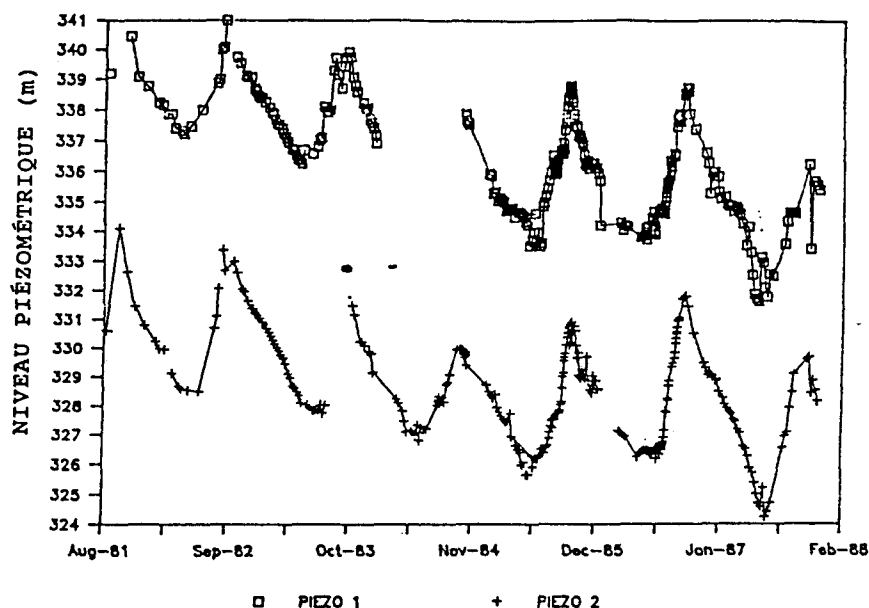


Figure 3 Fluctuations piézométriques d'un aquifère libre sahélien soumis à l'alternance de saisons humides et sèches. Exemple de l'aquifère d'arènes sableuses dans la région de Bougouni au Mali. (DNHE/PNUD, 1988). Aux fluctuations saisonnières se surimposent une baisse pluri-annuelle du niveau piézométrique, témoin d'un déficit entre la recharge de la nappe et son exfiltration.

Typical piezometric fluctuations of a unconfined aquifer in the Sahelian zone. Example of the arenitic aquifer of Bogouni (Mali). As a consequence of the deficit between infiltration and exfiltration, a general trend is noticeable of the decrease in the water table on a pluriannual scale.

Par ailleurs, les études ont montré clairement un enrichissement isotopique croissant lorsque la nappe se rapproche du sol (DINCER *et al.*, 1983 ; ARANYOSSY *et al.*, 1989). Ces résultats (*fig. 4*) corroborent l'interprétation faite des fluctuations piézométriques. Ils suggèrent la prédominance des mouvements verticaux sur la circulation latérale et sont tout à fait compatibles avec un déficit entre l'infiltration saisonnière et la reprise de l'évapotranspiration.

2.4 La reprise évapotranspiratoire

L'estimation du flux d'exfiltration à partir des nappes – évaporation + transpiration des plantes – est délicate, et reste certainement l'un des termes du bilan hydrique les plus difficiles à appréhender. Cependant, l'application des nouvelles méthodes basées sur l'interprétation des profils isotopiques dans la zone non saturée (BARNES et ALLISON, 1983 ; SONNTAG *et al.*, 1985) permet maintenant de calculer, par ajustement avec un modèle déterministe, le flux évaporatoire provenant de la nappe. Quelques résultats d'application sur le terrain sont donnés dans le tableau suivant :

Lieu	Terrain	Prof. nappe	E (mm/an)	Références
Australie	salé	2m	230	Allison <i>et al.</i> , 1985
Sud Algérie	limons	10m	1,5	Fontes <i>et al.</i> , 1986
Sud Tunisie	limons	18m	1	Zouari <i>et al.</i> , 1985
Sud Algérie	sables	7m	6,6	Colin-Kaczala, 1986
Egypte	limons	0,5 m	100	Sonntag <i>et al.</i> , 1985
Egypte	limons	2m	5,9	Sonntag <i>et al.</i> , 1985
Nord Chili	salé	1m	350	Gilly <i>et al.</i> , 1989

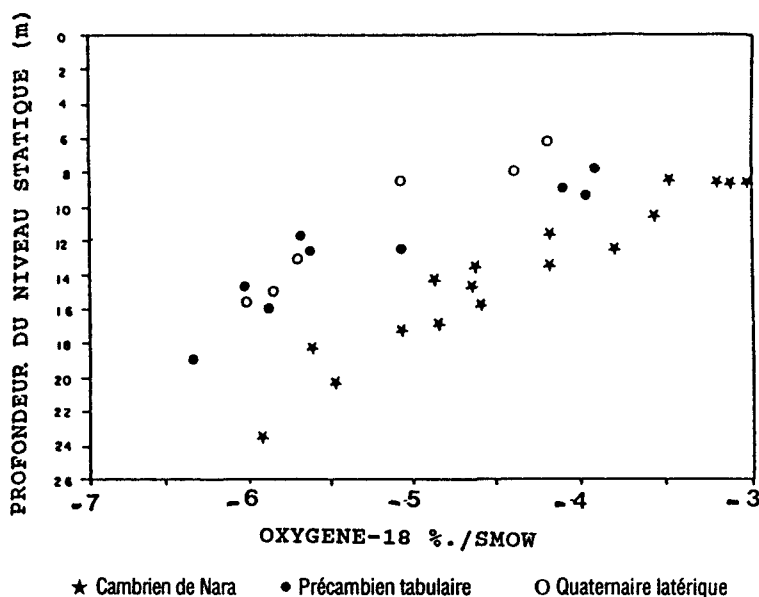


Figure 4 Teneurs isotopiques de différents aquifères phréatiques au Mali en fonction de leur profondeur. Les points sélectionnés correspondent aux eaux de teneur en tritium supérieure à 6 UT. L'enrichissement isotopique est interprété comme la conséquence du lessivage des isotopes lourds accumulés dans la zone non saturée par évaporation durant la saison sèche. Evaporation d'autant plus importante que la nappe est proche du sol (ARANYOSSY *et al.*, 1989).

*Stable isotopic water content of different aquifers in Mali, in relation to the water table depth. Selected points correspond to recent water with more than 6 TU tritium content. The isotopic enrichment results from the water leaching of the heavy isotopes accumulated in the unsaturated zone by evaporation during the dry season. This phenomenon is more important the shallower the aquifer (ARANYOSSY *et al.*, 1989).*

Ces résultats, obtenus en différents sites, confirment que le flux évaporé diminue très rapidement avec la profondeur de la nappe. Par ailleurs, les nombreuses mesures effectuées récemment sur un même site, dans région hyper-aride de Bilma (Est-Niger), permettent de considérer que le flux évaporatoire décroît de façon exponentielle avec la profondeur de la nappe (ARANYOSSY *et al.*, 1991).

Cette relation concorde également avec les calculs théoriques effectués par DIENG (1987) à partir des profils de pression et de perméabilité estimés dans la zone non saturée profonde sur la nappe déprimée du Ferlo (Nord Sénégal) :

prof. (m)	10	20	40	60	80
E_v (mm/an)	1,5	0,65	0,26	0,14	0,08

Si la reprise évaporatoire n'est donc plus que de quelques fractions de millimètres par an en profondeur, il convient de lui ajouter la ponction par les plantes dont l'action peut, elle aussi, se faire sentir sur plusieurs dizaines de mètres. De récentes études réalisées au Nord Sénégal (DUPUY et DREYFUS, 1989) ont mis par exemple en évidence la présence de racines d'acacias à plus de 35m de profondeur. Bien que d'implantation éparse, cette végétation constitue sans doute, à long terme, un facteur non négligeable dans l'exfiltration.

Dans notre étude, nous admettrons donc que le flux d'exfiltration E , somme de l'évaporation directe et de l'évapotranspiration, décroît de façon exponentielle avec la profondeur de la nappe.

Soulignons enfin que cette exfiltration en régime permanent, minime en profondeur, est à rajouter à l'évapotranspiration dans les horizons superficiels qui reprend en totalité, pendant la saison sèche, la lame d'eau infiltrée durant la saison des pluies (création de petites nappes perchées provisoires).

Cette hypothèse est en accord, par exemple, avec les résultats des modèles de simulation de la piézométrie dans la région de San (Mali). La meilleure restitution des courbes piézométriques a été en effet obtenue avec les valeurs (DNHE/PNUD, 1989) :

prof. (m)	affleu.	3	10	20
E (mm/an)	630	390	10	0,6

3 - LE SCHÉMA CONCEPTUEL

Le schéma conceptuel (fig. 5) est basé sur l'hypothèse que les phénomènes observés actuellement (basses piézométriques locales dues aux récentes périodes de sécheresse) peuvent être étendus dans le temps et l'espace pour expliquer l'effondrement régional progressif des nappes lors de l'évolution d'une phase climatique majeure (humide vers semi-aride).

— Le point de départ de l'évolution serait, dans cette hypothèse, à rechercher à la fin de la dernière importante période humide Holocène. L'observation de nombreux dépôts lacustres (DURANT *et al.*, 1983 ; RISIER et PETIT-MAIRE, 1986) et les reconstitutions paléoclimatologiques (SERVANT, 1973 ; GASSE *et al.*, 1987) démontrent en effet que les nappes étaient, à cette époque, à leur niveau maximum.

– Puis, l'aridification progressive du climat entraîne un déficit Infiltration/Évapotranspiration.

– Dans un contexte hydrogéologique à faible perméabilité latérale, l'alimentation sur les bordures du bassin (à partir des fleuves ou de zones à pluviosité favorable), ne suffit plus à compenser le déficit des transferts verticaux.

– Pendant une période transitoire la nappe se creuse, réduisant ainsi le flux évaporatoire direct à partir de la nappe mais réduisant également l'infiltration efficace.

– On parvient enfin à un état d'équilibre dans lequel le très faible flux qui converge vers le centre de la dépression est compensé par la reprise évaporatoire de quelques dixièmes de mm/an dans les parties les plus profondes.



Figure 5 Schéma conceptuel expliquant la formation des dépressions piézométriques. Dans un contexte hydrogéologique à faible perméabilité, l'alimentation permanente à partir des bordures ne suffit pas à compenser le déficit des transferts verticaux Infiltration/Exfiltration. Partant d'un état initial de remplissage maximum (« dernier pluvial Holocène »), la nappe se creuse progressivement pour tendre vers un état d'équilibre dans lequel le très faible flux convergeant vers le centre de la dépression est juste compensé par la reprise évaporatoire (ARANYOSSY, 1988).

Conceptual model of the formation of the piezometric depressions. In a low permeability context, the lateral aquifer recharge coming from the permanent boundaries (rivers, lakes...) is not strong enough to compensate the deficit in the vertical water budget (Infiltration/Exfiltration). Starting from an initial total replenishment of the aquifer (last pluvial Holocene period), the water table progressively drops, tending towards a dynamic equilibrium state where, finally, the very lateral would counterbalances the vertical deficit (ARANYOSSY, 1988).

4 – LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

4.1 Estimation quantitative du déficit Infiltration/Évaporation

– Il est donc admis (cf. chap. 2.4) que l'évaporation suit une loi de type :

$$E = E_m e^{-K \cdot h} \quad (1)$$

où E_m est l'évaporation maximum lorsque la nappe est en surface. (facteur climatique) ; k , le « facteur de forme » de l'exponentielle, fonction des caractéristiques du terrain ; h , la profondeur de la nappe.

En l'absence de formule empirique permettant d'estimer le « facteur de forme » k en fonction des caractéristiques du terrain (principalement la texture et la structure), l'estimation de la fourchette de valeurs qu'il peut prendre a été effectuée à partir de l'ajustement des résultats des études citées précédemment.

– *L'infiltration* : L'ajustement de la relation entre lame d'eau infiltrée et profondeur de la nappe dans les études des fluctuations piézométriques au Mali (PNUD, 1989) justifie également son assimilation à une loi exponentielle d'équation :

$$I = I_m e^{-Kh} \quad (2)$$

où I_m a la valeur de 250 mm.an^{-1} et $k = 0,1$.

– *Le déficit pluviométrique (D)*, différence entre infiltration et évaporation, prend donc également la forme d'une loi exponentielle décroissante en fonction de la profondeur de la nappe :

$$D = D_m e^{-Kh} \quad (3)$$

où D_m représente le « déficit pluviométrique maximum » ($E_m - R_m$) ; et où l'on admettra que le paramètre k a la même valeur que ceux calculés précédemment.

4.2 Solution analytique

En première approche, une solution analytique simple a été conçue afin de tester la validité de l'hypothèse et d'apprécier l'importance relative des différents paramètres entrant dans le modèle.

On considère une nappe libre d'extension infinie soumise à un déficit pluviométrique répondant à la loi exponentielle (3). A l'instant initial t_0 la nappe est entièrement remplie et sa surface piézométrique est uniforme ($h_0 = 0$). La vitesse de vidange de la nappe sous le seul effet de l'évaporation obéit à l'équation suivante :

$$-S \frac{dh}{dt} = D_m e^{kh} \quad (4)$$

avec S : Coefficient d'emménagement ;

k : « facteur de forme » ;

h : profondeur de la nappe (comptée négativement à partir du sol).

Afin de rendre compte de l'évolution climatique, qui s'opère graduellement entre la fin de la période humide (t_0) et la période sèche, le déficit pluviométrique D_m est considéré comme une fonction linéaire du temps :

$$D_m = at + D_0 \quad (5)$$

avec D_0 : Déficit pluviométrique au temps t_0 .

Cette simplification mathématique ne reflète certes pas les nombreuses fluctuations climatiques qui ont affecté l'Holocène, elle a simplement pour but de représenter la *tendance générale* de l'évolution climatique pendant la période choisie.

L'intégration de l'équation (4) donne :

$$h = -\frac{1}{k} \ln \left[1 + \left(\frac{k a}{2 S} \right) t^2 + \left(\frac{k D_o}{S} \right) t \right] \quad (3)$$

Une période de temps de 8 000 ans a été choisie pour représenter l'évolution depuis la fin de la dernière époque pluviale importante. L'analyse des courbes $h = f(t)$, présentées sur la figure 6, permet de tirer les conclusions suivantes :

- la baisse piézométrique est d'abord très rapide (au cours du premier millénaire) puis ralentit pour atteindre un état quasi-stationnaire ;
- les valeurs des profondeurs maximales des creux de nappe sont en accord avec celles observées sur le terrain ;
- le paramètre le plus sensible dans la simulation est le facteur de forme k . Le domaine de variation qui lui a été attribué correspond en effet, au bout de 8 000 ans, à plus 70 m de différence dans l'estimation de la profondeur.
- les paramètres S et D ont une influence bien moindre sur l'état final (environ 10 mètres de variation entre les valeurs extrêmes de ces paramètres).

4.3 Solution numérique en transitoire

Considérons une nappe libre de perméabilité K , alimentée par deux cours d'eau à potentiel constant. Cette nappe, initialement sub-affleurante (au temps t_0 , $h_0 = 0$ m) est soumise à un déficit d'alimentation répondant à la loi exponentielle (3). L'écoulement sur une transversale est décrit par l'équation de continuité suivante :

$$\frac{d}{dx} \left(K h \frac{dh}{dx} \right) = S \frac{dh}{dt} + D_o e^{k h} \quad (7)$$

En posant $V = H^2$, on obtient :

$$-\frac{K}{2} \frac{d^2 V}{dx^2} = -S \frac{1}{2\sqrt{V}} \frac{dV}{dt} + D_o e^{-k\sqrt{V}} \quad (8)$$

Cette équation aux dérivées partielles peut être résolue par la méthode des différences finies en utilisant un schéma explicite pour la dérivée temporelle (WANG et ANDERSON, 1982). La solution est la suivante :

$$V_i^{n+1} = (1 - \omega) V_i^n + \omega \left(\frac{V_{i-1}^n + V_{i+1}^n}{2} \right) + \frac{2 D_o \sqrt{V_i^n} \Delta t}{S} e^{-k\sqrt{V_i^n}} \quad (9)$$

avec :

$$\omega = \frac{2 K \sqrt{V_i^n} \Delta t}{S \Delta x^2} \quad (10)$$

et : V_i^{n+1} , valeur de V à l'instant $n + 1$ au point d'abscisse i .

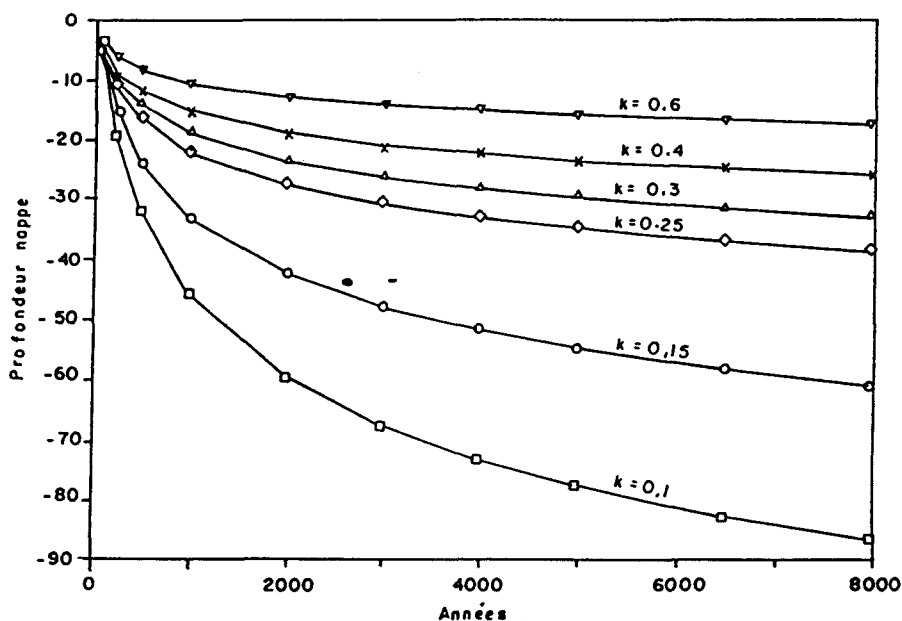


Figure 6 Influence du « facteur de forme » k sur la profondeur de la nappe sous le seul effet de l'évaporation (solution analytique). L'importance de ce facteur reflète le rôle primordial de la texture du terrain. Une granulométrie grossière (k proche de 1), en freinant l'évaporation et en favorisant l'écoulement latéral, ne permet pas l'établissement d'une dépression. Les milieux de granulométrie fine ($k = 0,1$) freinent au contraire l'infiltration et les écoulements latéraux tout en favorisant les remontées capillaires.

Importance of the k parameter on the evolution of the water table depth (analytical solution). The high sensitivity of the model with respect to this parameter reveals the key role of the soil texture. Coarse formations (k close to 1) strengthening lateral flow, while evaporation is reduced, does not yield to a water table drawdown. Fine sediments (k close to 0,1) reduce the infiltration, lower the lateral water transfer and enhance the capillarity rise.

Un programme a été écrit en BASIC pour simuler la baisse de piézométrie sur 8 000 ans. La transversale est discrétisée en 20 éléments de 20 km. La discrétisation temporelle est faite pour respecter le critère de convergence imposé par la méthode explicite.

Lors de la simulation, nous avons constaté qu'au bout de 2 000 ans environ, la forme de la nappe évolue peu. La nappe atteint donc progressivement un état d'équilibre dans lequel l'alimentation latérale compense exactement le déficit vertical. La forme finale (fig. 7) donne des valeurs de profondeur compatibles avec celles observées par exemple par B. DIENG (1987) dans la nappe déprimée du Ferlo au Nord Sénégal ; soit près de 50 m IGN dans la partie la plus profonde. De plus, la nappe présente un gradient hydraulique très fort près des zones de réalimentation, et quasi-nul au milieu. Ce qui correspond tout à fait à la morphologie de la nappe observée sur le terrain.

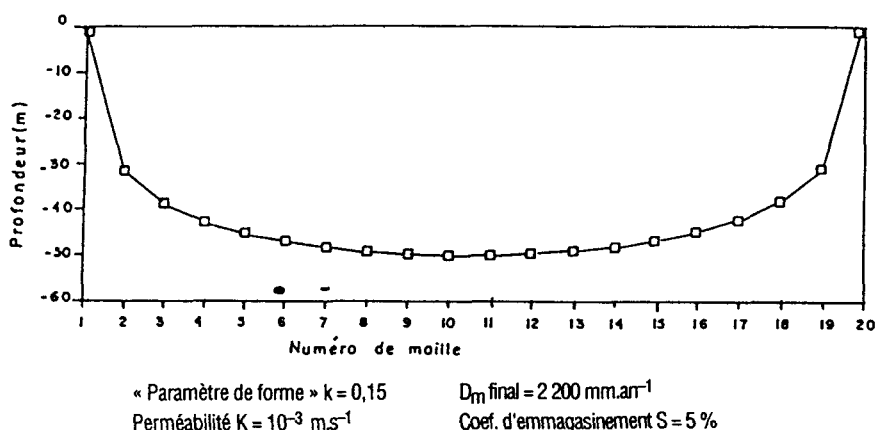


Figure 7 Simulation de la surface piézométrique après une évolution de 8 000 ans (solution numérique en transitoire). Cette forme en « cuvette aux bords relevés » correspond à la morphologie des grandes dépressions piézométriques qui présentent généralement un fort gradient près de la zone d'alimentation et un fond pratiquement plat.

Simulated piezometric profile obtained after 8 000 years (numerical solution). This theoretical shape fits the general morphology of the great piezometric depressions : a high gradient near the areas of recharge (due to low permeability) followed by a very low gradient in the central part of the depression.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'hypothèse du rôle prépondérant de la reprise évaporatoire – ou plus exactement du déficit entre l'infiltration et la reprise évapotranspiratoire – semble être compatible avec la configuration des grandes dépressions piézométriques.

La contradiction apparente entre le très faible déficit actuel et la profondeur de la nappe dans sa partie centrale s'explique par deux raisons : l'état actuel correspond à la fin d'une évolution dynamique sur plusieurs millénaires ; les précipitations infiltrées localement sont totalement reprises par évapotranspiration.

En ce qui concerne la frange sahélienne, le point de départ de cette évolution se situerait à la fin de la dernière période humide de l'Holocène, les nappes étant à cette époque à leur niveau de remplissage maximum.

La formation et l'entretien de telles dépressions requiert la conjonction de facteurs climatiques (évolution d'une période pluvieuse vers une période aride), géologiques (aquifères sédimentaires à faible perméabilité latérale) et géographiques (présence de zones d'alimentation en bordure des aquifères).

Pour la suite de cette étude, il paraît maintenant nécessaire : (1) de mettre au point un modèle à deux dimensions afin de mieux reproduire la forme des dépressions piézométriques observées sur le terrain ; (2) d'étudier l'influence possible des débits d'exploitation portant sur l'équilibre des nappes et (3) d'ajouter une composante « qualité » au modèle à deux dimensions (modélisation de l'évolution de la salinité et des teneur en carbone-14 des carbonates dissous).

Des carottages plus profonds dans la zone non saturée sont également prévus afin de vérifier les valeurs d'évaporation effective obtenues par extrapolation de profils isotopiques acquis, jusqu'à présent, jusqu'à une profondeur maximum de 35 mètres.

REMERCIEMENTS

C'est en partie grâce aux entretiens avec M. ARCHAMBAULT – l'un des « découvreurs » de « l'énigme des nappes en creux » en Afrique, – que l'on doit d'avoir inscrit cette problématique dans le cadre du projet régional AIEA (RAF/8/012) sur « l'application des techniques isotopiques en hydrologie dans les pays du Sahel ». Nous remercions par ailleurs tous les collaborateurs du projet qui ont, soit par leurs discussions, soit en nous facilitant la collecte des échantillons, contribué à la réalisation de cette étude (MM. A. FAYE et C.B. GAYE au Sénégal, MM. A. GUERRE et M. SIDORO au Mali, MM. A. JOSEPH et P. SCHROETTER au Niger, M.E. NAAH au Cameroun). Nos remerciements s'adressent également à MM. B. DIENG, J.J. COLLIN et au Professeur FONTES dont les avis critiques ont été fort utiles à l'élaboration finale du manuscrit.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ALBERGEL J., 1978. Signification des dépressions piézométriques. rap. DEA, Univ. Paris 6.
- ALLISON G.B., BARNES C.J., 1985. Estimation of evaporation from a normally dry lake from in south Australia. *J. Hydrol.*, 78, 229-242
- ARANYOSSY J.F., GUERRE A., SIDORRO M., 1989. Etude par les Isotopes de l'environnement des dépressions piézométriques ; premières données sur des exemples au Mali. *Bull. Hydrogéologie BRGM*, n° 3, 151.
- ARANYOSSY J.F., 1989. Some aspects of the application of isotopes techniques in the sahelian countries. *Isotope techniques in hydrological investigations in arid and semi-arid regions. Proc. Adv. Group. Meet. Vienna 1988.*
- ARCHAMBAULT J., 1960. L'alimentation des nappes en Afrique Occidentale Cpt. r. 6^e jour. de l'Hyd., Soc. Hydro. France, 383.
- BARNES C.J., ALLISON G.B., 1983. The distribution of deuterium and ^{18}O in dry soils. 1. Theory, *J. Hydrol.*, 60, 141.

- CHOURET A., FONTES J.C., MATHIEU P., 1977. La nappe phréatique à la périphérie du Lac tchad. Rap. Int. ORSTOM.
- DEGALLIER R., 1954. Hydrogéologie du Ferlo Septentrional (Sénégal). Mémoires du BRGM, n°2.
- DEPAGNE J., 1966. Les nappes déprimées d'Afrique Occidentale. Bull. du BRGM.
- DENG B., 1987. Paléohydrogéologie quantitative du bassin sédimentaire du Sénégal ; Essai d'explication des anomalies piézométriques observées. Thèse 3^e c. ; Ec. Nat. Mines de Paris.
- DINCER T., DRAY M., ZUPPI G.M., GUERE A., TAZZIOLI G.S., TR AORE S., 1984. L'alimentation des eaux souterraines de la zone Kolokani-Nara au Mali. Isotope Hydrology 1983. LAEA proc. ser., 650, 341-366.
- DNHE/PNUD, 1988. Carte piézométrique du Mali. UNDP rap. RT 88/09.
- DNHE/PNUD, 1989. Interprétation des fluctuations du niveau des nappes observées sur le réseau piézométrique du Mali durant la période 1981-1988. Rap. Tech. proj./84/005. DNHE Bamako.
- N. DUPUY, DREYFUS B., 1989. Population of Brady Rhizobium oecum in deep soil and Acacia Albida. Applied environmental Microbiology Jour. 55,
- FONTES J.C., YOUSFI M., AILISON G.B., 1986. Estimation of long-term, diffuse groundwater discharge in the northern Sahara using stable isotope profiles in soil water. J.Hydrol., 86,315.
- GRILLI A., POLLASTRI J., ORTIZ J., AGUIRRE E., 1989. Evaluation de la tasa de evaporacion desde salares, utilizando tecnicas isotopicas. Isotope Hydrology Investigation in Latin America IAEA tech. doc., 502,155-168.
- OUEDRAOGO I., 1988. Contribution de la géochimie isotopique à la compréhension de la nappe déprimée du Ferlo Septentrional (Sénégal). Rap. AIEA RAF/8/012. 59 pp.
- RISIER J., PETIT-MAIRE N., 1986. Paléohydrographie du Bassin d'Arouane à l'Holocène. Rev. Geol. Dyn et Géo. Phys. vol. 27, 205.
- SONNTAG C., CHRISTMAN D., MUNNICH K.O., 1985. Laboratory and Field experiments on infiltration and evaporation of soil water by means of deuterium and oxygen - 18, Tech. Doc. AIEA, n° 357,145.
- WANG H.F., ANDERSON M.P., 1982. Introduction to groundwater modeling. Finite difference element methods. Freeman and cie ed. New York
- ZOUARI K, ARANYOSSY J.F., MAMOU A., FONTES J.C., 1985. Etude isotopique et géochimique des rnovements et de l'évolution des solutions de la zone aérée des sols sous climat semi-aride (sud- tunisie). Tech. Doc. IAEA, n° 357, 121.